

# Condition for Formation of Microfractures in Rocks

by HITOSHI KOIDE  
Geological Survey of Japan

It is observed that microfractures occur at very early stages of deformation in rocks. Microfractures seem to initiate from planes of weakness such as grain boundaries, weak inclusions, joints or fault zones. It is assumed that the microfractures occur where the local maximum tensile stress attains to the ideal tensile strength ( $T_m$ ) of the material.

If the plane of weakness is a penny-shaped crack or weak inclusion, the theory of elasticity indicates that the maximum local tensile stress occurs at about its tips and is determined almost only by the macroscopic normal stress ( $\sigma$ ) and tangential stress ( $\tau$ ) across the plane of weakness. The condition for microfracture from an penny shaped crack is written as the following formula similar to the two-dimensional Griffith's theory.

$$\tau = \frac{(2-\nu)\pi T_m}{4s} \sqrt{1 - \frac{4s}{\pi T_m} \sigma}$$

where,  $s$  is the shape ratio of the crack, that is, the ratio of length to width.

The crack, however, is closed under the following compressive stress normal to the crack.

$$\sigma = - \frac{\pi G}{2(1-\nu)s}$$

where,  $G$  and  $\nu$  are the rigidity and poisson's ratio of the surrounding material, respectively.

The very thin crack which causes high stress concentration is closed easily. Under compression, the microfracture cannot be formed from penny-shaped cracks less than the following shearing stress, because such thin crack is closed under the compressive stress.

$$\tau = - \frac{(2-\nu)(1-\nu) T_m}{2 G} \sigma \sqrt{1 + \frac{2G}{(1-\nu) T_m}}$$

The penny-shaped weak inclusion, too, causes the stress concentration at about the inclusion tips. The condition for formation of microfractures from penny-shaped weak inclusion is obtained in the same way as the penny-shaped crack as follows.

$$\tau = \frac{2T_m}{b} \sqrt{1 - \frac{a}{T_m} \sigma}$$

where  $a = 8 / \left\{ 2\pi/s + 4(1-\nu) K'/G + \frac{16}{3}(1-\nu) \frac{G'}{G} \right\}$ ,  $b = 8 / \left\{ (2-\nu)\pi/s + 4(1-\nu) G'/G \right\}$ .

This formula suggests that the very weak inclusions may be the fracture loci. Under high compression, the most favorable fracture loci are the inclusions which are weak to shear, and uncompressible.

# 岩石中の微小割れ目発生条件

工業技術院地質調査所 小 出 仁

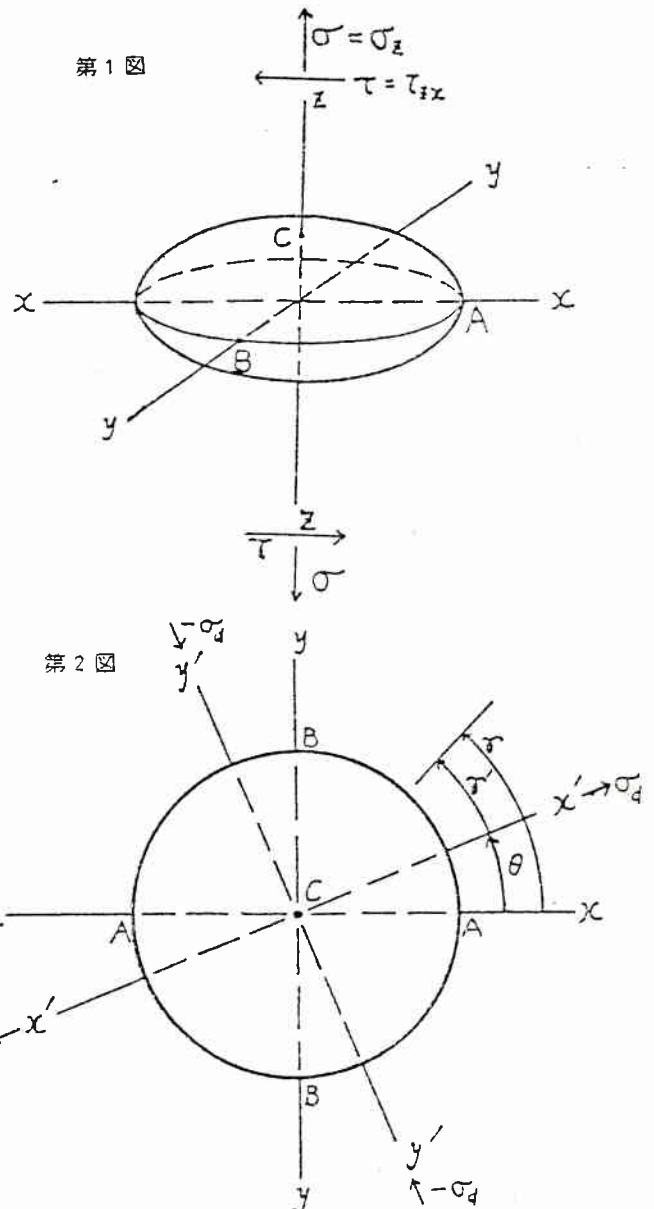
## 1 はじめに

地かく中に見られる割れ目（断層・節理等）の多くは周圧下で生じたものと考えられる。鉱床の探査や岩層の安定性の推定には、これらの割れ目の存在状態が重要である。しかし、高周圧下における割れ目の発生機構はまだ十分に明らかになっていない。引張応力下あるいはごく低い周圧下では、ぜい性材料には Griffith の割れ目理論が有効である。しかし、Griffith理論で想定される先在割れ目は圧縮応力下では閉じることが予想される。Mcklintok と Walsh は Griffith クラックが圧縮応力下でとした場合にクラック壁に働らくまざつ力を考えて、Griffith理論を修正した。Griffith理論では Mohr の限界曲線は放物線になるが、Mcklintok-Walsh の修正理論では圧縮応力下では直線になり、クラック壁のまざつ係数を 0.5 ~ 1.5 にとると実験結果によく一致する。しかし、Mcklintok-Walsh の修正理論ではクラックのとする条件はもとめられていない。

顕微鏡による観察によれば、微小割れ目は岩石内の粒界等から発生すると考えられる。材料中の介在物が割れ目の発生源になることは多数の研究者によって指摘されている。Meakin, Petch によれば、結晶粒界に大きなりすいフィルム状の介在物が存在し、そのような粒界の軟らかい部分への変形の集中により割れ目が発生する。介在物や結晶粒界は Griffith クラックのような役割をする可能性がある。

Griffith理論における割れ目の生成あるいは拡大の条件は、二つの見地—エネルギー論の見地材料中に発生する最大引張り応力が材料の理想強度に達する時に割れ目が拡大すると考える場合がある。こゝでは第2の立場をとる。すなわち、材料中に存在する扁平回転た円体空けきあるいは介在物の壁に応力集中によって生じる最大引張り応力が材料の理想強度に達すると割れ目が生じると仮定する。

## 2. 扁平回転た円体クラックによる応力集中と割れ目の拡大



扁平回転円体型のクラックないし介在物のまわりの応力分布の完全解はきわめてふくざつなので他の論文<sup>7)</sup>にゆずる。完全解を検討してみると、扁平回転円体型のクラックによる応力集中は、クラック壁でもっとも大きい。また、クラックがより扁平になるほど応力集中が大きい。したがって、ここでは簡単に非常に扁平な場合のクラック壁での応力のみを示す(非常に扁平な場合はクラックの形状による定数 $q_0$ がきわめて小さいので、 $q_0$ の高次の項は省略できる)。非常に扁平な場合、クラックは円板状と考えることができる。応力状態は無限遠で一樣と考えているので、無限遠における応力の円板面に対する垂直成分を $\sigma$ 、せん断(剪断)成分を $\tau$ とする。円板面に対して作用する応力成分は任意の応力状態であっても、 $\sigma \cdot \tau$ および $\tau$ の方向で表わすことができる(Fig 1)。しかし、他に円板面内での応力成分が、クラック壁での応力に影きょうを与える可能性もある。円板面内での応力成分は、クラックが円形であるので方向をどのようにとっても同じである。円板面内での最大主応力を $\sigma'_2$ 、最小主応力を $\sigma'_1$ とする。簡単に平均応力 $\sigma_m = (\sigma'_2 + \sigma'_1)/2$  および $\sigma_d = (\sigma'_2 - \sigma'_1)/2$ とおく。扁平回転円体型のクラックにあわせて扁平回転円体座標 $(\alpha, \beta, r)$ をとる。クラックの回転軸で $\beta = 0$ 、剪断応力成分 $\tau$ の方向を $r = 0$ とおく。(Fig 2)

クラックの形状係数を $s$ とすれば、

$$q_0 = \frac{1}{\sqrt{s^2 - 1}} \frac{1}{s} \quad (s \gg 1) \dots\dots(1)$$

クラックが非常に扁平になると(すなわち $s$ が非常に大きくなると)、 $\sigma$ 、 $\tau$ のふくまれる項はクラック壁のある部分では非常に大きくなる。しかし、 $\sigma_m$ 、 $\sigma_d$ のふくまれる項はほとんど大きくなりません。したがって応力集中を問題にする場合は、 $\sigma$ 、 $\tau$ のみを考えればよいことがわかる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\beta &= \frac{4}{\pi} h_0^2 q_0 \sigma - \frac{8 h_0^2 p \bar{p}}{(2-\nu)\pi} \tau \cos r \\ \sigma_r &= \frac{4\nu}{\pi} h_0^2 q_0 \sigma - \frac{8\nu h_0^2 p \bar{p}}{(2-\nu)\pi} \tau \cos r \end{aligned} \right\} \dots\dots(2)$$

$\nu < \frac{1}{2}$ であるから、 $\sigma_\beta$ のみを考へればよい。これはGriffithクラックの2次元の場合の応力集中と係数をのぞいてまったく同一である。<sup>8)</sup> したがって、非常に扁平な場合、 $p$ が非常に小さいとして、最大値は、

$$\sigma_\beta(\text{Max.}) = \frac{2}{\pi q_0} \left\{ \sigma + \sqrt{\sigma^2 + \frac{4\tau^2}{(2-\nu)^2}} \right\} = \frac{2s}{\pi} \left\{ \sigma + \sqrt{\sigma^2 + \frac{4\tau^2}{(2-\nu)^2}} \right\} \dots\dots(3)$$

同様に、最小値は、

$$\sigma_\beta(\text{Min.}) = \frac{2}{\pi q_0} \left\{ \sigma - \sqrt{\sigma^2 + \frac{4\tau^2}{(2-\nu)^2}} \right\} = \frac{2s}{\pi} \left\{ \sigma - \sqrt{\sigma^2 + \frac{4\tau^2}{(2-\nu)^2}} \right\} \dots\dots(4)$$

最大の引張り応力が材料の理想強度 $T_M$ に達すると割れ目が生成するとしているから、最大値のみを問題にすればよい。(3)式から、割れ目の生成条件は次のようなMohrの限界曲線で表わされる。

$$\tau = \frac{(2-\nu)\pi T_M}{4s} \sqrt{1 - \frac{4s}{\pi T_M} \sigma} \dots\dots(5)$$

すなわち、2次元のGriffith理論と同じようにMohrの限界曲線は放物線になる。(5)式は $r$ - $A$ 面内での応力集中しか考えていない。他に $B$ 点付近での応力集中も存在する。これは2次元の場合にはまったく現われなかった問題であるが、クラックの側方への拡大を示すものである。これはクラック先端(すなわち $A$ 点付近)へのクラックの拡大と共に生じると考えられ、クラックの形によって重要度が異なる。扁平回転円体の場合は $B$ 点における引張りの応力集中はあまり大きくないので、割れ目の拡大の条件に対する影きょうは大きくないと考えられる。

### 3. Griffithクラックのとする条件

クラックはクラックの相対する壁のz軸方向の相対変位が次の値になればとする。

$$U_z(p) - U_z(-p) \leq -2pq_0 \quad \dots\dots(6)$$

完全解から変位を計算してみると、z軸方向への壁の相対変位は、非常に扁平なクラックでは、ほとんどσのみによって定まり、クラックのとする条件は、

$$\sigma \leq -\frac{\pi G}{2(1-\nu)s} \quad \dots\dots(7)$$

すなわち、ある垂直応力σのもとでは、扁平なクラックはとじてしまう。圧縮応力のもとでは、このような扁平なクラックについては、通常のGriffith理論をあてはめることは出来ない。したがって、(5)式によるMohrの限界曲線は次に示される直線以下の部分は成り立たない (Fig. 3)

$$\tau = -\frac{(2-\nu)(1-\nu)T_M}{2G} \sigma \sqrt{1 + \frac{2G}{T_M(1-\nu)}} \quad \dots\dots(8)$$

### 4. 介在物による割れ目の生成条件

介在物の場合にも応力集中が生じる。通常のGriffith理論の場合と同じく最大応力が材料の理想強度に達した場合に割れ目が発生すると考える。やわらかい介在物の境界で媒体側に発生する応力は、介在物が非常にやわらかくって扁平な場合、(2)式に対応してつぎのようにかける。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\beta &\approx a h_0^2 q_0^2 \sigma - b h_0^2 q_0 p \bar{p} \tau \cos \gamma \\ \sigma_\gamma &\approx \nu a h_0^2 q_0^2 \sigma - \nu b h_0^2 q_0 p \bar{p} \tau \cos \gamma \\ \tau_{\beta\gamma} &\approx \frac{1-\nu}{2} b h_0 q_0 \bar{p} \tau \sin \gamma \\ \text{他は小さい。} \\ \text{但し } a &= 8 / \left\{ 2\pi q_0 + 4(1-\nu) \frac{K'}{G} + \frac{16}{3}(1-\nu) \frac{G'}{G} \right\} \\ b &= 8 / \left\{ (2-\nu)\pi q_0 + 4(1-\nu) \frac{G'}{G} \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots(9)$$

したがって、やわらかい介在物 ( $K', G' < G$ ) は、係数の大きさをのぞいて、Griffithクラックと同じような応力集中を生じた。したがってGriffithクラックの場合と同じようにとりあつかうことが出来る。応力集中により生じる最大応力は、

$$\sigma_\beta(\text{MAX}) = \frac{1}{2} (a\sigma + \sqrt{a^2\sigma^2 + b^2\tau^2}) \quad \dots\dots(10)$$

介在物からの割れ目の生成条件は、

$$\tau = \frac{2T_M}{b} \sqrt{1 - \frac{a}{T_M} \sigma} \quad \dots\dots(11)$$

したがって、介在物は係数a, bの値をのぞいて、Griffithクラックと同じような作用をする。クラックの場合には、 $q_0 \approx 1/s \rightarrow \infty$  のとき a,  $b \rightarrow \infty$  になるが、介在物の場合は一定値に近づく。ある定まった  $K', G'$  の値をもつような介在物による割れ目の生成条件は、十分に扁平な場合は次の曲線に近づき、それ以下では割れ目の発生源にならない。

$$\tau = \frac{(1-\nu)G'T_M}{G} \sqrt{1 - \frac{2G\sigma}{(1-\nu)(K' + \frac{4}{3}G')T_M}} \quad \dots\dots(12)$$

通常のGriffithクラックの場合と同様に限界曲線は放物線になるが、限界曲線の扁平度は $K'$ 、 $G'$ の値によって異なる。 $K'$ が比較的大きく、 $G'$ が小さい方がより扁平である。限界曲線が扁平であれば、高圧力下でも割れ目の発生源になりやすい。すなわち、流体に近いような介在物は高圧力下でより危険である。流体の場合は近似的に次のようにあらわせる。

$$\tau = \frac{(2-\nu)\pi T_M}{4s} \sqrt{1 - \frac{2G\sigma}{(1-\nu)K'T_M}} \quad \dots\dots(13)$$

介在物があるていど圧縮されれば体積弾性率 $K'$ が大きくなり、実さいにはとしないと考えられる。また、見かけの剛性率 $G'$ は圧縮応力下でも $K'$ ほどには増加しないと思われるので、高圧下では介在物からの割れ目の発生の可能性が非常に大きい。

介在物の内部には、応力集中はほとんど生じないが、内部が破壊された場合、圧縮応力下では見かけ剛性率 $G'$ が非常に小さくなった場合と考えることも出来る。

介在物のほうが媒体よりかたい場合には、割れ目の発生条件はMohrの限界曲線ではあらわせない。岩石の場合は、介在物の剛性率、体積弾性率が媒体の剛性率、体積弾性率よりはるかに大きいことは考えられないので、やわらかい介在物にくらべて重要ではない。

### 5. 考 察

周圧下である砂岩を変形させると、破断がおこるよりはるかに前から、微小割れ目が発生することが観察され、破壊音も非常に低い差圧下で発生している。この砂岩は、石基の大部分は石灰質であり、初期の割れ目の発生は、顕微鏡的観察によって、もつ石灰質の部分に主に関係していると考えられる。材料の理想強度は次式で与えられている。

$$T_M = \sqrt{\frac{2\gamma E}{a_0}} \quad \dots\dots(14)$$

$\gamma$  : 表面エネルギー

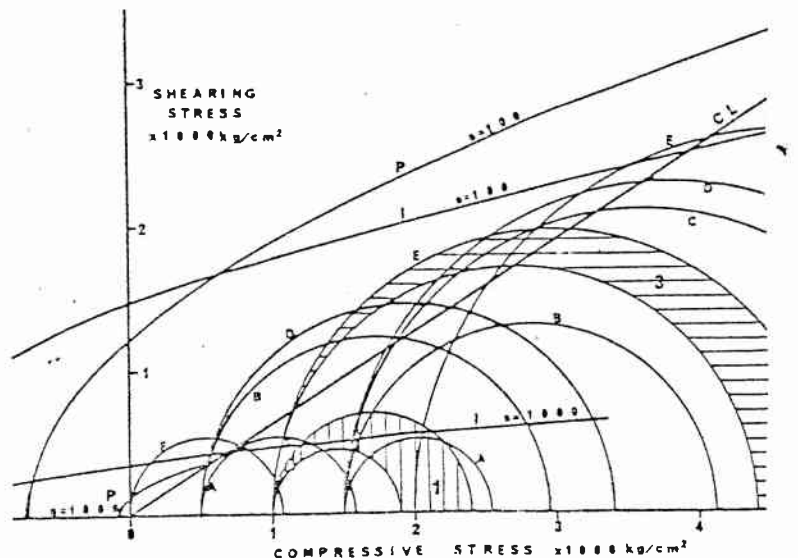
$a_0$  : 原子間距離

方解石の表面エネルギーは測定されているのでこの砂岩のGriffithクラックによる割れ目拡大条件およびクラックのとじる条件は第3図のようになる。

第3図には、顕微鏡によって割れ目の観察を行なった各試料に加えられた応力条件および破壊音の発生している応力条件を記してある。第3図でCLは(8)式によって計算されるGriffithクラックのとじる条件である。図中でD、E、F各ステージはほぼ最大強度付近であり、これらの応力円はCL線をこえている。しかし周圧2000気圧ではかなりCL線に近づいており、さらに周圧が高くなると、CL線に達しなくなることが予想される。また、微小割れ目は、Aステージでも発達しており、破壊音は第1段階で多数発生している。これらは通常のGriffithクラック

この砂岩のGriffithクラックによる割れ目拡大条件およびクラック

第3図



では説明できない。顕微鏡による観察では割れ目は粒界や古い割れ目跡などから発生すると思われる。これらは一種の介在物と見なせるが、その見かけ剛性率あるいは体積弾性率はもとめられていない。粘土や軟岩などの剛性率は  $10 \sim 10^3 \text{ Kg/cm}^2$  程度であり、断層内物質の測定例では  $10 \sim 10^2 \text{ Kg/cm}^2$  程度と考えられる。ここでは介在物の剛性率を  $10^3 \text{ Kg/cm}^2$ 、体積弾性率を  $10^4 \text{ Kg/cm}^2$  としてもとめた介在物からの割れ目生成曲線をしめした。微小割れ目の生成は、介在物によって十分に説明出来ることが第3図からわかる。

岩石は不均質集合体であるから、構成鉱物間の弾性係数の相違によって応力集中のおこることも考えられる。しかし、通常の主要構成物はたがいに弾性係数はあまり異なるないので、通常の低い周圧下ではほとんど問題にならない。しかし、主要鉱物中でもっとも剛性率の小さい黒雲母は1万気圧程度以上の周圧下では、割れ目の発生源になるかもしれない。したがって、それ以下の周圧下では、主な発生源は粒界などにもとめられよう。

通常の材料では  $T_M = E/10$  程度である。この値から、Griffithクラックのとする条件C L線の傾斜は約0.5程度である。岩石では傾斜は0.5～1.5程度と思われる。この傾斜はMcklintok-Walsh理論で実験的に定められた見かけまざつ係数の値とほぼ同じ程度になる。したがって、Mcklintok-Walsh理論はクラックのとする条件を考りよする必要がある。

ちゅう鉄は、黒鉛介在物が強度に大きい影響を与える。黒鉛介在物からの割れ目生成条件はちゅう鉄の強度にかなり近い。

岩盤中には節理、断層、層理面などの欠かみを多数ふくみ、岩盤の強度に大きい影きょうを与えている。これらの欠かみも一種の介在物としてあつかうことが出来る。断層間物質を考えて計算すると、岩盤の強度は小さい試験片の強度の  $1/100 \sim 1/1000$  になりうる。大規模な岩盤強度試験による測定では、小さい試験片の強度の数百分の1になる例が示されている。

## 記 号

- $\alpha, \beta, \gamma$  : 扁平回転た円体座標
- $q, p, \bar{p}$  : 補助の関数,  $q = \sinh \alpha, p = \cos \beta, \bar{p} = \sin \beta$
- $q_0$  : 介在物と媒体の境界または空けきの壁における  $q$  の値,  $q_0$  が小さい場合には,  $q_0 = \frac{1}{s_0}$
- $s$  : 形状係数, 介在物の長径と短径の比
- $\sigma_\alpha, \sigma_\beta, \sigma_\gamma, \tau_{\alpha\beta}, \tau_{\beta\gamma}, \tau_{\alpha\gamma}$   
: 回転た円体座標上での応力成分
- $U_\alpha, U_\beta, U_\gamma$  : 回転た円体座標上での変位成分
- $\sigma, \tau, \sigma_m, \sigma_d$  : それぞれ, 扁平な回転た円体介在物の回転軸に垂直な面に対する無限遠での垂直応力, 接線応力, また同面内における平均応力と偏差応力を示す。
- $h$  : 補助関数  $\frac{1}{h^2} = q^2 - p^2$
- $T_M$  : 媒体の理想強度
- $\nu, G$  : 媒体のポアソン比および剛性率
- $k', G'$  : 介在物の体積弾性率, 剛性率